با ایران توشه
یک قدم جلوتر
باش!

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



ایران توشه، مرجع دانلود فایل های کمک آموزشی دانش آموزان و کنکوری ها

همه چیز
برای موفقیت
تو!

- دانلود رایگان آزمون های آزمایشی قلمچی، خیلی سبز، گاج و ...
- دانلود رایگان گام به گام تمامی دروس
- دانلود رایگان نمونه سوالات امتحانی (نوبت اول و دوم) و امتحانات نهایی
- دانلود رایگان جزوه های کمک آموزشی و شب امتحانی

کافیست هر فایلی که نیاز دارید را در گوگل به این صورت جستجو کنید:

فایل مورد نیاز + ایران توشه

مثال:

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه



irantooshe.ir

t.me/irantooshe

گام به گام ریاضی (۲) پایه یازدهم پودمان اول

عنوان فصل: تابع

از صفحه‌ی ۱ تا صفحه‌ی ۳۲ کتاب

در این فایل پاسخ فعالیت‌ها، کارهای کلاسی، تمرین‌ها و پرسش‌های فصل تابع آمده است.

مباحث فصل: رابطه‌ی بین کمیت‌ها، مفهوم تابع، بازه‌ها، نمادگذاری تابع‌ها، نمایش‌های تابع

تهیه‌شده در ایران‌توشه، توشه‌ای برای موفقیت

irantooshe.ir

فهرست پرسش‌ها

۱ صفحه ۴ · فعالیت — طول فنر و جرم وزنه ۵

۲ صفحه ۷ · کار در کلاس — مساحت مربع ساخته شده از قطعه‌ی بریده شده از مفتول ۶

۳ صفحه ۱۰ · مسئله — کمیت‌های مرتبط ۷

۴ صفحه ۱۰ · مسئله — سانتی‌گراد و فارنهایت ۸

۵ صفحه ۱۰ · مسئله — وزن کتاب بر حسب تعداد ورق‌ها ۸

۶ صفحه ۱۰ · مسئله — مسافت و زمان راننده ۹

۷ صفحه ۱۰ · مسئله — حلقه‌ی دایره‌ای از طناب ۹

۸ صفحه ۱۱ · مسئله — مثال از کمیت‌های مرتبط ۱۰

۹ صفحه ۱۴ · کار در کلاس — تابع بودن جرم وزنه و مسافت ۱۰

۱۰ صفحه ۱۵ · کار در کلاس — دامنه و قانون تابع ۱۱

۱۱ صفحه ۱۶ · مسئله — دمای کلاس ۱۱

۱۲ صفحه ۱۶ · مسئله — دما و ارتفاع از سطح دریا ۱۲

۱۳ صفحه ۱۶ · مسئله — درآمد، هزینه و سود شیرینی‌فروشی ۱۲

۱۴ صفحه ۱۷ · مسئله — حجم آب حوضچه ۱۳

۱۵ صفحه ۱۷ · مسئله — ارتفاع سنگ پرتاب شده ۱۳

۱۶ صفحه ۱۷ · مسئله — مقاومت معادل ۱۴

۱۷ صفحه ۱۷ · مسئله — مربع یک عدد ۱۴

۱۸ صفحه ۱۹ · کار در کلاس — نمایش بازه‌ها ۱۴

۱۹ صفحه ۲۰ · کار در کلاس — بازه‌های نامتناهی و اجتماع ۱۵

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۰ صفحه ۲۱ · مسئله — مجموعه‌ها با بازه ۱۶

۲۱ صفحه ۲۱ · مسئله — نمایش بازه روی محور ۱۶

۲۲ صفحه ۲۱ · مسئله — نامعادله و بازه ۱۶

۲۳ صفحه ۲۱ · مسئله — تکمیل جدول نمایش‌های مجموعه ۱۶

۲۴ صفحه ۲۴ · کار در کلاس — نمادگذاری تابع مسافت خودرو ۱۷

۲۵ صفحه ۲۴ · کار در کلاس — نمادگذاری تابع مساحت مربع ۱۸

۲۶ صفحه ۲۵ · مسئله — تکمیل جدول مقادیر تابع ۱۸

۲۷ صفحه ۲۵ · مسئله — مقدار تابع g ۱۹

۲۸ صفحه ۲۵ · مسئله — محاسبه‌ی مقدار f ۱۹

۲۹ صفحه ۲۵ · مسئله — کرایه‌ی تاکسی ۱۹

۳۰ صفحه ۲۵ · مسئله — مساحت مستطیل با طول ۲ واحد بیشتر ۲۰

۳۱ صفحه ۲۵ · مسئله — سقوط سنگ از ساختمان ۲۰

۳۲ صفحه ۲۶ · فعالیت — ارقام اعشاری عدد پی ۲۱

۳۳ صفحه ۳۰ · مسئله — رسم نمودار از روی جدول ۲۱

۳۴ صفحه ۳۰ · مسئله — جدول و نمودار تابع f ۲۲

۳۵ صفحه ۳۰ · مسئله — خواندن مقدار تابع از نمودار ۲۲

۳۶ صفحه ۳۱ · مسئله — دامنه‌ی تابع‌ها از روی نمودار ۲۳

۳۷ صفحه ۳۱ · مسئله — وضعیتی برای نمودار ۲۳

۳۸ صفحه ۳۱ · مسئله — رسم تابع g با شرایط داده شده ۲۳

۳۹ صفحه ۳۱ · مسئله — رسم تابع دلخواه f ۲۴

۴۰ صفحه ۳۱ · مسئله — یافتن ضریب ثابت تابع h ۲۴

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱ صفحه ۴ فعالیت

فنری در اختیار داریم که در حالت طبیعی طول آن ۱۰ سانتی‌متر است. به ازای هر ۱۵ گرم وزنه که به آن آویزان می‌کنیم، ۱ سانتی‌متر به طول آن اضافه می‌شود. حداکثر طول این فنر ۶۰ سانتی‌متر است و اگر بیش از این کشیده شود، پاره می‌شود. ۱) در جاهای خالی کلمه‌ی مناسب بگذارید. الف) هرچه جرم وزنه‌ی آویزان شده ..... شود، طول فنر ..... می‌شود. ب) اگر به این فنر یک وزنه‌ی ۳۰۰ گرمی آویزان کنیم، برای پیدا کردن طول فنر، چون به ازای هر ۱۵ گرم، ۱ سانتی‌متر به طول آن اضافه می‌شود، پس ابتدا ۳۰۰ را بر .... تقسیم می‌کنیم و سپس .....

۲) در حالت کلی، اگر جرم وزنه‌ی آویزان شده را بر حسب گرم با a و طول فنر را بر حسب سانتی‌متر با l نشان دهیم، رابطه‌ای بنویسید که مقدار l را بر حسب مقدار a بیان کند.

۳) حداکثر جرمی که می‌توانیم به این فنر آویزان کنیم چقدر است؟ (راهنمایی: برای پیدا کردن حداکثر جرمی که می‌توانیم به این فنر آویزان کنیم، ابتدا باید حداکثر تغییر طول فنر را به دست آورد.)

---

۱) الف) هرچه جرم وزنه‌ی آویزان شده **بیشتر** شود، طول فنر **بیشتر** می‌شود.

ب) چون به ازای هر ۱۵ گرم، ۱ سانتی‌متر به طول فنر اضافه می‌شود، ابتدا ۳۰۰ را بر **۱۵** تقسیم می‌کنیم و سپس حاصل را با طول اولیه‌ی فنر (۱۰ سانتی‌متر) جمع می‌کنیم:

300 / 15 = 20 سانتی‌متر افزایش طول و 20 + 10 = 30

طول فنر برابر ۳۰ سانتی‌متر می‌شود.

۲) افزایش طول فنر برابر a/15 است و طول اولیه‌ی فنر ۱۰ سانتی‌متر است، پس:

l = 10 + a/15

۳) حداکثر طول فنر ۶۰ سانتی‌متر است، پس حداکثر تغییر طول برابر 50 = 10 – 60 سانتی‌متر است. چون هر ۱ سانتی‌متر تغییر طول، به ۱۵ گرم وزنه نیاز دارد:

50 x 15 = 750

حداکثر جرم وزنه‌ی قابل آویزان کردن، ۷۵۰ گرم است.

(درستی پاسخ: در رابطه‌ی l = 10 + a/15 به ازای a = 750 داریم l = 10 + 50 = 60.)

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir

مفتولی به طول ۱۰۰ سانتی‌متر در اختیار داریم. قسمتی از آن را می‌بریم و با قطعه‌ی بریده شده یک مربع می‌سازیم. مساحت مربع به دست آمده با طول قطعه‌ی بریده شده رابطه دارد. ۱) آیا مساحت می‌تواند صفر باشد؟

۲) اگر طول قطعه‌ی بریده شده از مفتول را با x نشان دهیم، x چه مقادیری می‌تواند باشد؟ ... < x < ...

۳) اگر طول قطعه‌ی بریده شده از مفتول ۸ سانتی‌متر باشد، مساحت مربع ساخته شده چند سانتی‌متر مربع است؟

۴) اگر طول قطعه‌ی بریده شده از مفتول را با x و مساحت مربع ساخته شده با آن را با S نشان دهیم، رابطه‌ای بنویسید که مقدار S را بر حسب مقدار x بیان کند.

۵) جدول زیر ارتباط بین طول قطعه‌ی بریده شده و مساحت مربع ساخته شده را نشان می‌دهد. این جدول را کامل کنید.

۶) ۴ نقطه‌ی اول جدول را در صفحه‌ی مختصات (محور افقی: طول قطعه‌ی بریده شده بر حسب سانتی‌متر، محور عمودی: مساحت مربع بر حسب سانتی‌متر مربع) بیابید و آن‌ها را به طور تقریبی به هم وصل کنید.

۷) با توجه به نمودار، برای ساختن مربعی به مساحت ۴۰ سانتی‌متر مربع، چه مقدار از مفتول را باید ببریم؟ این مقدار را به کمک رابطه‌ی قسمت (۴) نیز به دست آورید و سپس مقایسه کنید.

۸) آیا پاسخ به سؤال‌های (۲) و (۴) برای شناخت رابطه‌ی بین مساحت مربع ساخته شده و طول قطعه‌ی بریده شده از مفتول کافی هستند؟

---

۱) بله؛ مساحت وقتی صفر است که طول ضلع مربع صفر باشد، یعنی هیچ قسمتی از مفتول بریده نشود (x = 0). (در این صورت مربعی ساخته نمی‌شود؛ اما به این ترتیب مقدار 0 نیز جزو حالت‌های ممکن در نظر گرفته می‌شود و دامنه‌ی تابع، همان‌طور که در مثال‌های بعدی کتاب آمده، از صفر آغاز می‌شود.)

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲) طول قطعه‌ی بریده شده نمی‌تواند منفی باشد و از طول کل مفتول هم بیشتر نمی‌شود، پس:

0 <= x <= 100

۳) محیط مربع ۸ سانتی‌متر است، پس طول ضلع آن 2 = 4 / 8 سانتی‌متر و مساحت آن 4 = 2^2 است.

مساحت مربع ۴ سانتی‌متر مربع است.

۴) قطعه‌ی بریده شده، محیط مربع است، پس ضلع مربع x/4 است و مساحت آن برابر است با:

S = (x/4)^2 = x^2/16

۵) با جای‌گذاری هر مقدار x در رابطه‌ی S = x^2/16:

جدول کامل‌شده

طول قطعه‌ی بریده شده (سانتی‌متر)	۱	۴	۲۰	۳۲	۴۸	۶۰	۱۰۰
مساحت مربع (سانتی‌متر مربع)	1/16	1	25	64	144	225	625

محاسبه‌ها: 1/16؛ 1 = 16/16؛ 25 = 400/16؛ 64 = 1024/16؛ 144 = 2304/16؛ 225 = 3600/16؛ 625 = 10000/16.

۶) چهار نقطه‌ی اول جدول عبارت‌اند از:

- (1, 1/16) که تقریباً روی محور افقی و بسیار نزدیک به مبدأ است؛
- (4, 1)؛
- (20, 25)؛
- (32, 64).

این نقاط را در صفحه‌ی مختصات مشخص می‌کنیم و به صورت یک منحنی هموار از مبدأ به هم وصل می‌کنیم. نمودار به صورت منحنی‌ای است که از مبدأ شروع می‌شود، رو به بالا است و هرچه x بزرگ‌تر می‌شود، شیبش بیشتر می‌شود (بخشی از یک سهمی)؛ یعنی نمودار پاره‌خط نیست.

۷) از روی نمودار: از نقطه‌ی ۴۰ روی محور عمودی خطی افقی رسم می‌کنیم تا نمودار را قطع کند و از آن نقطه به محور افقی عمود می‌کنیم؛ طول به دست آمده حدود ۲۵ سانتی‌متر است.

از روی رابطه: x^2/16 = 40 پس x^2 = 640 و

x = sqrt(640) = 8 sqrt(10) ~ 25.3 (تقریباً ۲۵٫۳ سانتی‌متر).

مقدار تقریبی از نمودار (حدود ۲۵) با مقدار دقیق (حدود ۲۵٫۳) نزدیک است؛ نمودار پاسخ تقریبی و رابطه پاسخ دقیق را می‌دهد.

۸) بله؛ در قسمت (۲) مقادیر ممکن برای x (دامنه) و در قسمت (۴) شیوه‌ی محاسبه‌ی S از روی x (قانون) را یافتیم. برای شناخت رابطه‌ی بین دو کمیت، دانستن این دو مورد کافی است.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۳ صفحه ۱۰ **مسئله**

کدام یک از گزینه‌های زیر دو کمیت مرتبط هستند؟ اگر دو کمیت مرتبط هستند، هر یک را نام‌گذاری کنید و رابطه‌ی بین این دو کمیت را با نام‌های انتخابی خود بنویسید. الف) طول ضلع یک مربع و محیط آن؛ ب) طول ضلع یک مربع و مساحت آن؛ پ) محیط یک مثلث و طول بزرگ‌ترین ضلع آن؛ ت) شعاع یک دایره و محیط آن؛ ث) شعاع یک دایره و مساحت آن؛ ج) مساحت یک مستطیل و محیط آن.

1. مرتبط‌اند. طول ضلع را a و محیط را P می‌نامیم: P = 4a.
2. مرتبط‌اند. طول ضلع را a و مساحت را S می‌نامیم: S = a^2.

3. هر دو به شکل مثلث بستگی دارند، اما رابطه‌ی دقیقی (قانون معین) بین آن‌ها وجود ندارد؛ با محیط معین، مثلث‌های متفاوتی با بزرگ‌ترین ضلع‌های متفاوت می‌توان ساخت. (فقط می‌دانیم بزرگ‌ترین ضلع کمتر از نصف محیط است.)
4. مرتبط‌اند. شعاع را r و محیط را P می‌نامیم: P = 2 pi r.
5. مرتبط‌اند. شعاع را r و مساحت را S می‌نامیم: S = pi r^2.
6. مساحت و محیط مستطیل رابطه‌ی معینی با هم ندارند؛ مثلاً مستطیل‌های 2 x 8 و 4 x 4 هر دو مساحت ۱۶ دارند، ولی محیط آن‌ها ۲۰ و ۱۶ است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۴ صفحه ۱۰ مسئله

آیا درجه حرارت یک مکان بر حسب سانتی‌گراد و درجه حرارت آن بر حسب فارنهایت مرتبط هستند؟ اگر مرتبط هستند، هر یک را نام‌گذاری کنید و رابطه‌ی بین آن‌ها را بنویسید.

بله، مرتبط‌اند. دمای بر حسب سانتی‌گراد را C و دمای بر حسب فارنهایت را F می‌نامیم. رابطه‌ی آن‌ها این است:

F = 1.8 C + 32

برای نمونه، آب در C = 100 می‌جوشد و F = 1.8 x 100 + 32 = 212.

۵ صفحه ۱۰ مسئله

وزن جلد کتابی (با حداکثر ۲۰۰ صفحه) برابر ۴۰ گرم و وزن هر ورق آن ۰٫۸ گرم است. رابطه‌ای بنویسید که به کمک آن بتوان وزن کتاب را بر حسب تعداد ورق‌های آن به دست آورد.

تعداد ورق‌ها را n و وزن کتاب (بر حسب گرم) را w می‌نامیم. وزن کتاب برابر است با وزن جلد به‌علاوه‌ی وزن ورق‌ها:

w = 40 + 0.8 n

چون هر ورق دو صفحه دارد، کتاب با حداکثر ۲۰۰ صفحه، حداکثر ۱۰۰ ورق دارد؛ پس n عددی طبیعی با شرط 1 <= n <= 100 است. مثلاً کتابی با ۱۰۰ ورق، w = 40 + 80 = 120 گرم وزن دارد.

۶ صفحه ۱۰ مسئله

راننده‌ای مسافت ۳۵۰ کیلومتری بین دو شهر را با سرعت ثابت ۷۰ کیلومتر بر ساعت در حال طی کردن است. الف) آیا مقدار مسافتی که طی می‌کند (d) و زمان (t) دو کمیت مرتبط هستند؟ اگر دو کمیت مرتبط هستند، چه رابطه‌ای بین آن‌ها برقرار است؟ ب) هر یک از این دو کمیت چه مقادیری را می‌توانند داشته باشند؟

الف) بله؛ با گذشت زمان، مسافت طی شده تغییر می‌کند. چون سرعت ثابت است:

d = 70 t

ب) مسافت طی شده از ۰ تا ۳۵۰ کیلومتر تغییر می‌کند؛ زمان لازم برای طی کردن کل مسیر 350 / 70 = 5 ساعت است. پس:

0 <= d <= 350 و 0 <= t <= 5

۷ صفحه ۱۰ مسئله

طنابی به طول ۱۰ متر در اختیار داریم. قطعه‌ای از آن را می‌بریم و با قطعه‌ی بریده شده یک حلقه‌ی دایره‌ای شکل می‌سازیم. مساحت حلقه‌ی دایره‌ای شکل به دست آمده با طول قطعه‌ی بریده شده رابطه دارد. الف) آیا مساحت می‌تواند صفر باشد؟

ب) طول قطعه‌ی بریده شده از طناب چه مقادیری می‌تواند باشد؟

پ) اگر طول قطعه‌ی بریده شده از طناب ۴ متر باشد، مساحت دایره‌ی ساخته شده چند متر مربع است؟

ت) اگر طول قطعه‌ی بریده شده از طناب را با x و مساحت دایره‌ی ساخته شده با آن را با S نشان دهیم، رابطه‌ای بنویسید که مقدار S را بر حسب مقدار x بیان کند.

ث) جدول ارتباط بین طول قطعه‌ی بریده شده و مساحت دایره‌ی ساخته شده را کامل کنید (فرض کنید pi ~ 3).

ج) به کمک جدول، این نقاط را بیابید و آن‌ها را به طور تقریبی به هم وصل کنید.

چ) برای شناخت رابطه‌ی مساحت دایره‌ی ساخته شده و طول قطعه‌ی بریده شده از طناب، چه مواردی را باید بدانیم؟

الف) بله، اگر هیچ قسمتی از طناب بریده نشود (x = 0)، مساحت صفر است (مانند کار در کلاس ۱).

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ب) قطعه‌ی بریده شده نمی‌تواند منفی باشد و بیش از ۱۰ متر هم نمی‌شود:

0 <= x <= 10

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

پ) قطعه‌ی بریده شده، محیط دایره است: 2 pi r = 4. با pi ~ 3 داریم r = 4/6 = 2/3 و S = pi r^2 = 3 x 4/9 = 4/3.

مساحت حدود 4/3 متر مربع (تقریباً ۱٫۳۳) است. (با مقدار دقیق‌تر pi حدود ۱٫۲۷ می‌شود.)

ت) از x = 2 pi r نتیجه می‌شود r = x / (2 pi) و

S = pi r^2 = pi x^2 / (4 pi^2) = x^2 / (4 pi)

با pi ~ 3: S = x^2/12.

ث) با استفاده از S = x^2/12:

جدول کامل‌شده

طول قطعه‌ی بریده شده	۱	۲	۴	۶	۸	۱۰
مساحت دایره	1/12	1/3	4/3	3	16/3	25/3

ج) نقاط (1, 1/12)، (2, 1/3)، (4, 4/3)، (6, 3)، (8, 16/3) و (10, 25/3) را در صفحه‌ی مختصات مشخص می‌کنیم و به هم وصل می‌کنیم. نمودار منحنی‌ای است که از مبدأ شروع می‌شود، رو به بالا است و به‌تدریج تندتر بالا می‌رود.

چ) باید بدانیم: ۱) x چه مقادیری می‌تواند داشته باشد (یعنی 0 <= x <= 10)؛ ۲) مساحت از روی x چگونه به دست می‌آید (یعنی S = x^2/(4 pi)).

۸ صفحه ۱۱ **مسئله**

دو کمیت مرتبط به هم مثال بزنید. هر یک را نام‌گذاری کنید و در صورت امکان رابطه‌ی بین این دو کمیت را با نام‌های انتخابی خود بنویسید.

چند نمونه:

- شعاع r و محیط P دایره: P = 2 pi r؛
- مسافت d و زمان t برای حرکت با سرعت ثابت ۶۰ کیلومتر بر ساعت: d = 60 t؛
- تعداد کیلوگرم n میوه و بهای آن M اگر هر کیلوگرم ۲۰ هزار تومان باشد: M = 20000 n.

(هر مثال درست دیگری نیز پذیرفتنی است.)

۹ صفحه ۱۴ **کار در کلاس**

۱) در فعالیت (۱)، آیا جرم جسم آویزان شده تابعی از طول فنر است؟ چرا؟

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲) در مثال (۱)، آیا مسافت طی شده توسط خودرو تابعی از حجم بنزین مصرف شده است؟ چرا؟

۱) بله. رابطه‌ی $l = 10 + a/15$ را می‌توان به صورت $a = 15\,l - 150$ نوشت. با مشخص شدن طول فنر l، جرم a دقیقاً یک مقدار معین دارد؛ پس جرم وزنه تابعی از طول فنر است. (مثلاً به ازای $l = 30$ فقط $a = 300$ به دست می‌آید.)

۲) بله. اگر حجم بنزین مصرف شده را u بنامیم، $u = 60 - v$ است و خودرو به ازای هر لیتر ۱۲٫۵ کیلومتر طی می‌کند، پس $d = 12.5\,u$. با مشخص شدن مقدار بنزین مصرف شده، مسافت طی شده یک مقدار معین دارد؛ بنابراین مسافت طی شده تابعی از حجم بنزین مصرف شده است.

۱۰ صفحه ۱۵ کار در کلاس

۱) در مثال (۱)، دامنه و قانون تابعی را بنویسید که مسافت طی شده توسط ماشین را بر حسب حجم بنزین باقی‌مانده در باک بیان می‌کند.

۲) در کار در کلاس (۱)، دامنه و قانون تابعی را بنویسید که مساحت مربع ساخته شده را بر حسب طول قسمت بریده شده از مفتول بیان می‌کند.

۱) حجم بنزین باقی‌مانده در باک حداقل ۵ و حداکثر ۶۰ لیتر است.

دامنه: [5, 60] = [{ v in R | 5 <= v <= 60 }]

قانون: d = 12.5 (60 – v)

۲) طول قسمت بریده شده از مفتول بین ۰ تا ۱۰۰ سانتی‌متر است.

دامنه: [0, 100] = [{ x in R | 0 <= x <= 100 }]

قانون: S = x^2/16

۱۱ صفحه ۱۶ مسئله

۱) آیا دمای کلاس شما در یک روز معین، تابعی از زمان است؟ چرا؟

بله. در یک روز معین، در هر لحظه (زمان مشخص) فقط یک دمای معین برای کلاس وجود دارد؛ یعنی با مشخص شدن زمان، دما یک مقدار معین دارد. پس دمای کلاس تابعی از زمان است. (اما عکس آن درست نیست: یک دمای معین ممکن است در چند زمان مختلف تکرار شود.)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۲ صفحه ۱۶ مسئله

۲) دمای هوا در یک منطقه، در ارتفاعات مختلف از سطح دریا، متفاوت است و به ازای هر ۱۵۰ متر افزایش ارتفاع، ۱ درجه از دمای هوا کاسته می‌شود. آیا دمای یک منطقه تابعی از ارتفاع آن منطقه از سطح دریا است؟ چرا؟

بله. اگر دمای هوا در سطح دریا T_0 و ارتفاع منطقه h متر باشد، دمای آن منطقه برابر است با:

$$T = T_0 - h/150$$

با مشخص شدن ارتفاع، دما دقیقاً یک مقدار معین دارد؛ پس دما تابعی از ارتفاع است.

۱۳ صفحه ۱۶ مسئله

۳) یک مغازه‌ی شیرینی‌فروشی ماهانه ۷ میلیون تومان بابت اجاره‌ی مغازه، آب، برق و دستمزد کارگران، به طور ثابت پرداخت می‌کند. تولید هر کیلوگرم شیرینی ۳۰۰۰ تومان هزینه‌ی مواد اولیه دارد. ظرفیت تولید شیرینی در این مغازه حداکثر ۲۵۰۰ کیلوگرم در ماه است. قیمت هر کیلوگرم شیرینی در بازار ۱۲۰۰۰ تومان است و تمام تولیدات مغازه به فروش می‌رسد. اگر x میزان تولید شیرینی (به کیلوگرم) باشد: الف) درآمد این مغازه تابعی از میزان تولید آن است؛ این تابع را با به دست آوردن دامنه و قانون آن مشخص کنید. ب) هزینه‌ی ماهانه‌ی مغازه تابعی از میزان تولید آن است؛ این تابع را با به دست آوردن دامنه و قانون آن مشخص کنید. پ) سود مغازه تابعی از میزان تولید آن است؛ این تابع را با مشخص کردن دامنه و قانون آن مشخص کنید.

میزان تولید x از ۰ تا ۲۵۰۰ کیلوگرم تغییر می‌کند.

الف) درآمد = قیمت هر کیلوگرم × مقدار فروش:

$$[D_R = [0, 2500 \ ,R(x) = 12000\ x$$

ب) هزینه = هزینه‌ی ثابت (۷,۰۰۰,۰۰۰ تومان) + هزینه‌ی مواد اولیه:

$$[D_C = [0, 2500 \ ,C(x) = 7000000 + 3000\ x$$

پ) سود = درآمد − هزینه:

$$P(x) = 12000\ x - (7000000 + 3000\ x) = 9000\ x - 7000000$$

$$[D_P = [0, 2500 \ ,P(x) = 9000\ x - 7000000$$

نکته: سود زمانی مثبت می‌شود که $9000\ x > 7000000$ یعنی $x > 777.8$ کیلوگرم تولید شود.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۴ صفحه ۱۷ مسئله

۴) از منبع آبی با حجم ۵۰۰ لیتر برای پر کردن یک حوضچه استفاده می‌شود. اگر شیر آب منبع به طور کامل باز باشد، در هر دقیقه ۵ لیتر آب از آن خارج می‌شود. الف) توضیح دهید که چرا حجم آب داخل حوضچه تابعی از زمان است. ب) با فرض آن‌که در لحظه‌ی صفر، حوضچه خالی است، قانون این تابع را با نوشتن حجم آب داخل حوضچه بر حسب زمان باز بودن شیر، بنویسید. پ) دامنه‌ی این تابع را مشخص کنید.

الف) با مشخص شدن مدت زمان باز بودن شیر، مقدار آب خارج‌شده (که وارد حوضچه می‌شود) دقیقاً یک مقدار معین است؛ پس حجم آب حوضچه تابعی از زمان است.

ب) اگر زمان باز بودن شیر t دقیقه و حجم آب حوضچه V لیتر باشد:

$$V(t) = 5t$$

پ) منبع ۵۰۰ لیتر آب دارد و در هر دقیقه ۵ لیتر خارج می‌شود، پس پس از 500/5 = 100 دقیقه منبع خالی می‌شود:

$$D = [0, 100]$$

۱۵ صفحه ۱۷ مسئله

۵) سنگی را به هوا پرتاب می‌کنیم و بعد از ۳ ثانیه به زمین برمی‌گردد. در این صورت کمیت ارتفاع سنگ از سطح زمین و کمیت زمان با هم مرتبط هستند. الف) چرا ارتفاع سنگ از سطح زمین تابعی از زمان است؟ ب) اگر زمان را بر حسب ثانیه اندازه بگیریم و مبدأ، زمان شروع پرتاب باشد، دامنه‌ی این تابع چیست؟

الف) در هر لحظه، سنگ فقط در یک ارتفاع معین از سطح زمین قرار دارد؛ یعنی با مشخص شدن زمان، ارتفاع یک مقدار معین دارد. پس ارتفاع تابعی از زمان است.

ب) حرکت سنگ از لحظه‌ی پرتاب (t = 0) تا برگشتن به زمین (t = 3) ادامه دارد:

$$D = [0, 3]$$

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir

۱۶ صفحه ۱۷ مسئله

۶) یک مقاومت ثابت ۳۰۰ اهمی (R_1) به طور موازی به یک مقاومت متغیر (R_2) متصل شده است. مقاومت نهایی (R_{eq}) تابعی از مقاومت متغیر است. اگر مقاومت متغیر حداقل ۵ اهم و حداکثر ۱۵۰۰ اهم باشد، دامنه و قانون تابعی را به دست آورید که مقاومت نهایی را بر حسب مقاومت متغیر بیان می‌کند. (راهنمایی: از فرمول $1/R_{eq} = 1/R_1 + 1/R_2$ کمک بگیرید.)

مقاومت متغیر را R می‌نامیم. از فرمول داده شده:

$1/R_{eq} = 1/300 + 1/R = (R + 300)/(300\ R)$

با وارونه کردن دو طرف:

$R_{eq}(R) = 300\ R / (R + 300)$

دامنه: $D = [5, 1500]$

مثلاً: $R_{eq}(300) = 90000/600 = 150$ اهم.

۱۷ صفحه ۱۷ مسئله

۷) فرض کنیم x^2 مربع عدد حقیقی x باشد. آیا با مشخص بودن x^2، برای x یک مقدار معین در اعداد حقیقی به دست می‌آید؟ آیا یک عدد، تابعی از مربع آن است؟ چرا؟

خیر. اگر $x^2 = 4$ باشد، هم $x = 2$ و هم $x = -2$ جواب‌اند؛ یعنی برای x یک مقدار معین به دست نمی‌آید (به‌جز وقتی $x^2 = 0$).

یک عدد تابعی از مربع خود نیست؛ زیرا با مشخص شدن مربع عدد، بیش از یک مقدار برای خود عدد به دست می‌آید. (اما مربع عدد، تابعی از خود عدد است.)

۱۸ صفحه ۱۹ کار در کلاس

۱) بازه‌های زیر را با نماد مجموعه نمایش داده و روی یک محور نشان دهید. سپس تعیین کنید 3- متعلق به کدام یک از بازه‌ها می‌باشد. $[2, 5]]$ ، $(-1, 3)$ ، $(4, 7)]$ ، $(-2, -4]$

۲) هر یک از مجموعه‌های زیر را روی یک محور نمایش داده و با نماد بازه‌ها نشان دهید. { x in R | -1/2 < x < 3 } ، { x in R | 3 < x <= 5 } ، { x in R | 1 <= x < 10 } ، { x in R | -3 <= x <= 8 }

۱)

- { x in R | 2 <= x <= 5 } = [2, 5]: روی محور، از ۲ تا ۵ با دو نقطه‌ی توپر در هر دو سر؛
- { x in R | -1 < x < 3 } = (-1, 3): از ۱- تا ۳ با دو نقطه‌ی توخالی؛
- { x in R | 4 < x <= 7 } = (4, 7]: از ۴ تا ۷ با نقطه‌ی توخالی در ۴ و توپر در ۷؛
- { x in R | -4 <= x < -2 } = [-4, -2): از ۴- تا ۲- با نقطه‌ی توپر در ۴- و توخالی در ۲-.

عدد 3- بین ۴- و ۲- و از ۴- بزرگ‌تر یا مساوی و از ۲- کوچک‌تر است؛ پس:

-3 in [-4, -2)

(در سه بازه‌ی دیگر نیست.)

۲)

- (-1/2, 3) = { x | -1/2 < x < 3 }: دو نقطه‌ی توخالی در 1/2- و ۳؛
- (3, 5] = { x | 3 < x <= 5 }: توخالی در ۳ و توپر در ۵؛
- [1, 10) = { x | 1 <= x < 10 }: توپر در ۱ و توخالی در ۱۰؛
- [-3, 8] = { x | -3 <= x <= 8 }: دو نقطه‌ی توپر در ۳- و ۸.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۹ صفحه ۲۰ کار در کلاس

۱) بازه‌ی [1, +oo) را روی محور نمایش دهید. ۲) بازه‌ی (-oo, 1) را روی محور نمایش دهید. ۳) اجتماع این دو بازه را روی محور نمایش دهید. اجتماع این دو بازه چه مجموعه‌ای است؟

۱) { x in R | x >= 1 } = [1, +oo): نقطه‌ی توپر در ۱ و پاره‌خطی به سمت راست تا بی‌نهایت (با فلش).

۲) { x in R | x < 1 } = (-oo, 1): نقطه‌ی توخالی در ۱ و پاره‌خطی به سمت چپ تا بی‌نهایت (با فلش).

۳) اجتماع دو بازه شامل همه‌ی اعداد کوچک‌تر از ۱ و همه‌ی اعداد بزرگ‌تر یا مساوی ۱ است؛ یعنی کل محور اعداد.

(-oo, 1) U [1, +oo) = (-oo, +oo) = R یعنی مجموعه‌ی همه‌ی اعداد حقیقی.

۲۰ صفحه ۲۱ مسئله

۱) مجموعه‌های زیر را با بازه نمایش دهید و روی محور مشخص کنید. الف) مجموعه‌ی اعداد حقیقی کوچک‌تر از 3-؛ ب) مجموعه‌ی اعداد حقیقی بزرگ‌تر یا مساوی ۲؛ پ) مجموعه‌ی اعداد حقیقی بین 3- و ۵.

1. $(-\infty, -3)$: نقطه‌ی توخالی در ۳- و پاره‌خط به سمت چپ.
2. $[2, +\infty)$: نقطه‌ی توپر در ۲ و پاره‌خط به سمت راست.
3. $(-3, 5)$: دو نقطه‌ی توخالی در ۳- و ۵ و پاره‌خط بین آن‌ها.

۲۱ صفحه ۲۱ مسئله

۲) مجموعه‌های زیر را روی محور مشخص کنید. الف) $(0, 3]$ ب) $[-1, 5)$ پ) $[-1, 4]$

1. از ۰ تا ۳، دو نقطه‌ی توخالی در هر دو سر.
2. از ۱- تا ۵، نقطه‌ی توخالی در ۱- و نقطه‌ی توپر در ۵.
3. از ۱- تا ۴، نقطه‌ی توپر در ۱- و نقطه‌ی توخالی در ۴.

۲۲ صفحه ۲۱ مسئله

۳) مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $1 < 5 - 2x$ را با یک بازه نمایش دهید.

$$x < 2 \Rightarrow 2x < 4 \Rightarrow 1 < 5 - 2x$$

مجموعه‌ی جواب: $(-\infty, 2)$

۲۳ صفحه ۲۱ مسئله

۴) جدول زیر را کامل کنید. (ستون‌ها: توصیف مجموعه، نمایش روی محور اعداد، نمایش با بازه، نمایش با نماد مجموعه)

جدول کامل‌شده

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

توصیف مجموعه	نمایش روی محور اعداد	نمایش با بازه	نمایش با نماد مجموعه
اعداد حقیقی بزرگ‌تر یا مساوی ۰ و کوچک‌تر از ۲	نقطه‌ی توپر در ۰، نقطه‌ی توخالی در ۲	[0, 2)	{ x in R | 0 <= x < 2 }
اعداد حقیقی بزرگ‌تر یا مساوی ۱ و کوچک‌تر از ۴	نقطه‌ی توپر در ۱، نقطه‌ی توخالی در ۴	[1, 4)	{ x in R | 1 <= x < 4 }
مجموعه‌ی اعداد حقیقی کوچک‌تر یا مساوی ۲	نقطه‌ی توپر در ۲ و پاره‌خط به سمت چپ	[(-oo, 2	{ x in R | x <= 2 }

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۴ صفحه ۲۴ **کار در کلاس**

۱) الف) تابع به دست آمده در مثال (۱)، که مسافت طی شده توسط خودرو را بر حسب حجم بنزین موجود در باک بیان می‌کند، g بنامید. D_g را بنویسید. قانون تابع g چگونه نوشته می‌شود؟ ب) مقدارهای g(45) و g(18) را بیابید. آیا مقدار g(75) معنایی دارد؟ چرا؟ پ) اگر متغیر این تابع را با t نشان دهیم، مجموعه‌ای که t در آن است چه نام دارد؟ قانون این تابع چگونه نوشته می‌شود؟ ت) اگر متغیر این تابع را با v نشان دهیم، مجموعه‌ای که v در آن است چه نام دارد؟ قانون تابع چگونه نوشته می‌شود؟ ث) دو تابع قسمت‌های (پ) و (ت) را از نظر قانون و دامنه مقایسه کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

الف) D_g = [5, 60] و قانون تابع:

g(v) = 12.5 (60 – v)

ب) g(45) = 12.5 x 15 = 187.5 و g(18) = 12.5 x 42 = 525.

g(75) معنا ندارد، زیرا ۷۵ در دامنه‌ی تابع نیست (باک خودرو فقط ۶۰ لیتر گنجایش دارد).

پ) مجموعه‌ای که t در آن است، **دامنه** D_g = [5, 60] نام دارد و قانون تابع:

g(t) = 12.5 (60 – t)

ت) v نیز در دامنه‌ی تابع، یعنی [5, 60] قرار دارد و قانون تابع:

g(v) = 12.5 (60 – v)

ث) دامنه و قانون هر دو تابع یکسان است و فقط نام متغیر فرق کرده است. نتیجه: عوض کردن نام متغیر، تابع را تغییر نمی‌دهد.

۲۵ صفحه ۲۴ کار در کلاس

۲) الف) تابع به دست آمده در کار در کلاس (۱)، که مساحت مربع ساخته شده را بر حسب طول مفتول بریده شده بیان می‌کند، h نام‌گذاری کنید و D_h را بنویسید. ب) مقدارهای h(5) و h(12) را بیابید. آیا مقدار h(200) معنایی دارد؟ چرا؟ پ) اگر متغیر این تابع را با x نشان دهیم، مجموعه‌ای که x در آن است چه نام دارد؟ قانون این تابع چگونه نوشته می‌شود؟ ت) اگر این تابع را با k و متغیر این تابع را با z نشان دهیم، قانون این تابع چگونه نوشته می‌شود؟ مجموعه‌ای را که z در آن است مشخص کنید. ث) دو تابع قسمت‌های (پ) و (ت) را از نظر قانون و دامنه مقایسه کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

الف) D_h = [0, 100]

ب) h(5) = 25/16 = 1.5625 و h(12) = 144/16 = 9. مقدار h(200) معنا ندارد، زیرا ۲۰۰ در دامنه‌ی تابع نیست (طول مفتول فقط ۱۰۰ سانتی‌متر است).

پ) مجموعه‌ای که x در آن است، دامنه‌ی تابع، یعنی [0, 100]] نام دارد و:

h(x) = x^2/16

ت)

k(z) = z^2/16 ,[z in [0, 100]

ث) قانون و دامنه‌ی دو تابع یکسان است؛ پس نام تابع و نام متغیر، تابع را تغییر نمی‌دهند.

۲۶ صفحه ۲۵ مسئله

۱) جاهای خالی را برای تابع با قانون f(x) = x^2 − x + 2 و دامنه‌ی R پر کنید. (جدول با ستون‌های x، f(x)، x^2 و −x + 2)

جدول کامل‌شده

x	x^2	−x + 2	f(x)
−2	4	4	8
0	0	2	2
2	4	0	4

یعنی f(−2) = 8، f(0) = 2 و f(2) = 4.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۲۷ صفحه ۲۵ مسئله

۲) تابع g با قانون g(x) = 4x^2 − 3x و دامنه‌ی D_g = [−2, 3] را در نظر بگیرید. g(−2) را محاسبه کنید. آیا g(4) معنایی دارد؟ چرا؟

g(−2) = 4 x (−2)^2 − 3 x (−2) = 16 + 6 = 22

g(4) معنا ندارد، زیرا ۴ در دامنه‌ی تابع (یعنی [−2, 3]) نیست.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۸ صفحه ۲۵ مسئله

۳) تابع f با دامنه‌ی R و قانون f(x) = x^2 − 4 مفروض است. مقادیر خواسته شده را بیابید. الف) f(−2) ب) f(1/2) پ) f(sqrt(2))

1. f(−2) = 4 − 4 = 0
2. f(1/2) = 1/4 − 4 = −15/4
3. f(sqrt(2)) = 2 − 4 = −2

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۹ صفحه ۲۵ مسئله

۴) کرایه‌ی تاکسی وابسته به طول مسیر مسافر است. ورودیه‌ی تاکسی ۶۰۰ تومان است و به ازای هر ۱۰۰ متر، ۵۰ تومان کرایه گرفته می‌شود. قانون تابعی را به دست آورید که کرایه‌ی تاکسی را بر حسب مسافت طی شده بیان می‌کند. با توجه به آن‌که تاکسی‌ها در روز حداکثر ۵۰۰ کیلومتر طی می‌کنند، دامنه‌ی این تابع را مشخص کنید. نامی برای این تابع و متغیر آن انتخاب کنید و دامنه و قانون این تابع را با نام‌های انتخابی خود بیان کنید.

به ازای هر ۱۰۰ متر، ۵۰ تومان؛ پس به ازای هر کیلومتر (۱۰ برابر) ۵۰۰ تومان. تابع را k و متغیر آن را (مسافت بر حسب کیلومتر) x می‌نامیم:

k(x) = 500 x + 600

مسافت طی شده حداقل صفر و حداکثر ۵۰۰ کیلومتر است:

[D_k = [0, 500

مثلاً برای ۱۰ کیلومتر: k(10) = 5000 + 600 = 5600 تومان. (اگر مسافت را بر حسب متر d بگیریم، k(d) = d/2 + 600 و D_k = [0, 500000] می‌شود.)

۳۰ صفحه ۲۵ مسئله

۵) مستطیل‌هایی را در نظر بگیرید که طول آن‌ها ۲ واحد بیشتر از عرض آن‌ها است. مساحت این مستطیل‌ها تابعی از عرض آن‌ها است. این تابع را g بنامید و متغیر آن را با l نمایش دهید. دامنه و قانون این تابع را بنویسید. آیا g(−1) معنایی دارد؟

عرض مستطیل را l می‌گیریم؛ طول آن l + 2 است و مساحت برابر است با:

g(l) = l(l + 2) = l^2 + 2l

عرض مستطیل باید مثبت باشد:

D_g = (0, +oo)

g(−1) معنا ندارد، زیرا 1− در دامنه نیست (عرض مستطیل منفی نمی‌شود). (هرچند با جای‌گذاری در قانون، 1 − 2 = −1 به دست می‌آید که برای مساحت هم معنا ندارد.)

۳۱ صفحه ۲۵ مسئله

۶) سنگی را از بالای یک ساختمان ۲۵ متری رها می‌کنیم. طبق قوانین فیزیکی، ارتفاع این سنگ از سطح زمین تابعی از زمان است. اگر زمان را بر حسب ثانیه با t و ارتفاع از سطح زمین را بر حسب متر اندازه‌گیری کنیم و با f(t) نشان دهیم و لحظه‌ی رها کردن سنگ، لحظه‌ی صفر باشد، قانون این تابع به صورت f(t) = −5t^2 + 25 است. الف) دامنه‌ی این تابع را تعیین کنید. ب) مقدارهای f(1) و f(2) را حساب کنید. این مقادیر چه چیزی را نشان می‌دهند؟ پ) آیا f(3) و f(−1) معنایی دارند؟ چرا؟

الف) سنگ وقتی به زمین می‌رسد که f(t) = 0: −5t^2 + 25 = 0 ⇒ t^2 = 5 ⇒ t = sqrt(5) ~ 2.24 ثانیه. پس:

D_f = [0, sqrt(5)]

ب) f(1) = −5 + 25 = 20 و f(2) = −20 + 25 = 5. این مقادیر ارتفاع سنگ از سطح زمین را (به متر) به ترتیب ۱ ثانیه و ۲ ثانیه پس از رها شدن نشان می‌دهند.

پ) f(3) = −45 + 25 = −20 معنا ندارد، زیرا sqrt(5) < 3 است و سنگ پیش‌تر به زمین رسیده است؛ یعنی ۳ در دامنه نیست. f(−1) هم معنا ندارد، زیرا 1− زمانی پیش از رها شدن سنگ است و در دامنه نیست.

۳۲ صفحه ۲۶ فعالیت

عدد pi تا ده رقم اعشار برابر است با pi ~ 3.1415926535. برای n = 1, 2, 3, ..., 10، اگر f(n) رقم nام اعشاری pi را نشان دهد، برای مثال f(1) = 1 و f(2) = 4. ۱) جاهای خالی را پر کنید: f(6) = ...، f(9) = ...، f(10) = ...، f(8) = ... ۲) دامنه‌ی این تابع را با یک مجموعه نشان دهید. ۳) جدول را با توجه به دامنه‌ی داده شده کامل کنید.

ارقام اعشاری به ترتیب: ۱، ۴، ۱، ۵، ۹، ۲، ۶، ۵، ۳، ۵.

۱) f(6) = 2، f(9) = 3، f(10) = 5، f(8) = 5.

۲)

D_f = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

۳)

جدول کامل‌شده

n	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
f(n)	۱	۴	۱	۵	۹	۲	۶	۵	۳	۵

۳۳ صفحه ۳۰ مسئله

۱) هر یک از جدول‌های زیر نمایش یک تابع با دامنه‌ی {−1, 0, 1, 2, 3} می‌باشد. نمودار هر یک را در صفحه‌ی مختصات رسم کنید. در صورت امکان قانون تابع را بنویسید. الف) x: −۱، ۰، ۱، ۲، ۳ و y: −۲، ۰، ۲، ۴، ۶ ب) x: −۱، ۰، ۱، ۲، ۳ و y: ۱، ۰، ۱، ۴، ۹

الف) نقاط: (−2, −1)، (0, 0)، (1, 2)، (2, 4)، (3, 6). این پنج نقطه روی یک خط راست (با شیب ۲ که از مبدأ می‌گذرد) قرار دارند؛ نمودار فقط خود این ۵ نقطه است (نقطه‌های جدا از هم). قانون:

y = 2x

ب) نقاط: (−1, 1)، (0, 0)، (1, 1)، (2, 4)، (3, 9). این نقاط روی نمودار سهمی قرار دارند و نمودار فقط شامل همین ۵ نقطه است. قانون:

y = x^2

۳۴ صفحه ۳۰ مسئله

۲) نمایش جدول تابع f با دامنه‌ی {−2, 0, 1, 2, 4} به صورت زیر است: x: ۲−، ۰، ۱، ۲، ۴ و f(x): ۰، ۳، ۱−، ۳، ۱.
الف) مقادیر f(4)، f(1) و f(0) را بیابید. ب) نمودار f را در صفحه‌ی مختصات رسم کنید.

الف) $f(4) = 1$، $f(1) = -1$، $f(0) = 3$.

ب) نمودار فقط از پنج نقطه‌ی زیر تشکیل می‌شود (نقاط به هم وصل نمی‌شوند):

- $(-2, 0)$
- $(0, 3)$
- $(1, -1)$
- $(2, 3)$
- $(4, 1)$

۳۵ صفحه ۳۰ مسئله

۳) نمودار تابع g در شکل کتاب رسم شده است. الف) با توجه به شکل، دامنه‌ی g را بنویسید. ب) g(2)، g(−2) و g(0) را به دست آورید. پ) آیا g(4) معنایی دارد؟ چرا؟

الف) دامنه شامل طول‌های همه‌ی نقاط نمودار است؛ یعنی تصویر (سایه) نمودار روی محور xها. بازه‌ای که نمودار روی آن قرار دارد (از چپ‌ترین تا راست‌ترین نقطه) دامنه است، و محور افقی شکل تا ۳ ادامه دارد.

ب) برای یافتن g(a)، از نقطه‌ی $x = a$ بر محور افقی عمودی رسم می‌کنیم تا نمودار را قطع کند؛ عرض نقطه‌ی برخورد (خوانده شده روی محور y) مقدار g(a) است. این کار را برای $a = 2$، $a = -2$ و $a = 0$ انجام می‌دهیم.

پ) خیر؛ ۴ بیرون از محدوده‌ی نمودار و محور افقی شکل (که تا ۳ ادامه دارد) است، یعنی در دامنه نیست؛ پس g(4) معنا ندارد.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

توشه ای برای موفقیت

۳۶ صفحه ۳۱ مسئله

۴) سه تابع (الف)، (ب) و (پ) که نمودار آن‌ها در کتاب رسم شده است را در نظر بگیرید. دامنه‌ی هر یک از این تابع‌ها را بنویسید.

روش: از تمام نقاط نمودار خطی عمود بر محور xها رسم می‌کنیم؛ مجموعه‌ی طول‌های نقاط برخورد، دامنه است. اگر نمودار به‌صورت پاره‌خط یا منحنی پیوسته باشد، دامنه یک بازه است که سر و ته آن به ترتیب طول چپ‌ترین و راست‌ترین نقطه‌ی نمودار است؛ سر بازه در جایی که نقطه‌ی نمودار توپر است بسته و در جایی که توخالی است باز نوشته می‌شود. اگر نمودار از چند نقطه‌ی جدا از هم باشد، دامنه مجموعه‌ی طول‌های آن نقاط است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۳۷ صفحه ۳۱ مسئله

۵) وضعیتی از زندگی روزمره را بنویسید که نمودار زیر (نمودار مسافت بر حسب زمان) نشان‌دهنده‌ی آن وضعیت باشد.

نمونه‌ی وضعیت: «مسافت دوچرخه‌سواری از خانه، در طول ۴ ساعت». او در ساعت‌های اول با سرعت ثابت از خانه دور می‌شود (مسافت زیاد می‌شود)، سپس مدتی برای استراحت می‌ایستد (مسافت ثابت می‌ماند) و در پایان با سرعت ثابت به خانه برمی‌گردد (مسافت کم می‌شود).

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۳۸ صفحه ۳۱ مسئله

۶) تابع g با دامنه‌ی {3, 0, −1, −2} را طوری رسم کنید که g(−2) = 1 و g(0) = 2.

مقدار g(−1) و g(3) دلخواه است؛ مثلاً g(−1) = 0 و g(3) = −1 می‌گیریم. جدول تابع:

یک نمونه جدول تابع

x	−2	−1	0	3
g(x)	1	0	2	−1

نمودار شامل چهار نقطه‌ی (1, −2)، (0, −1)، (2, 0) و (−1, 3) است و نقاط به هم وصل نمی‌شوند. (هر انتخاب دیگر برای g(−1) و g(3) نیز درست است.)

۳۹ صفحه ۳۱ مسئله

۷) تابع دلخواه f با دامنه‌ی [−1, 4]] را طوری رسم کنید که f(−1) = 1 و f(2) = −3.

یک نمونه: دو پاره‌خط زیر را رسم می‌کنیم:

- پاره‌خطی از نقطه‌ی (−1, 1) تا نقطه‌ی (2, −3)؛
- پاره‌خطی از نقطه‌ی (2, −3) تا نقطه‌ی (4, 1).

این نمودار به ازای هر x از 1− تا ۴ دقیقاً یک نقطه دارد (هر خط عمودی آن را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند)، پس نمودار یک تابع با دامنه‌ی [−1, 4]] است و شرایط خواسته شده را دارد. (هر نمودار درست دیگری نیز پذیرفتنی است.)

۴۰ صفحه ۳۱ مسئله

۸) تابع h با دامنه‌ی [0, 3]] و قانون h(x) = 3x^2 + a را در نظر بگیرید. الف) مقدار a را طوری بیابید که h(1) = 2.
ب) h(2) را بیابید. پ) آیا h(4) معنایی دارد؟ چرا؟

الف) $h(1) = 3 + a = 2 \Rightarrow a = -1$، پس $h(x) = 3x^2 - 1$.

ب) $h(2) = 3 \times 4 - 1 = 11$.

پ) خیر، چون ۴ در دامنه‌ی [0, 3]] نیست.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.
irantooshe.ir
ایران‌توشه
توشه‌ای برای موفقیت